SOLUCION AL PROBLEMA DE CINEMATICA INVERSA DE UN ROBOT 2 GDL- MODULO DE ROBOTICA

Presentado por:

Juan Carlos Rubio Calin

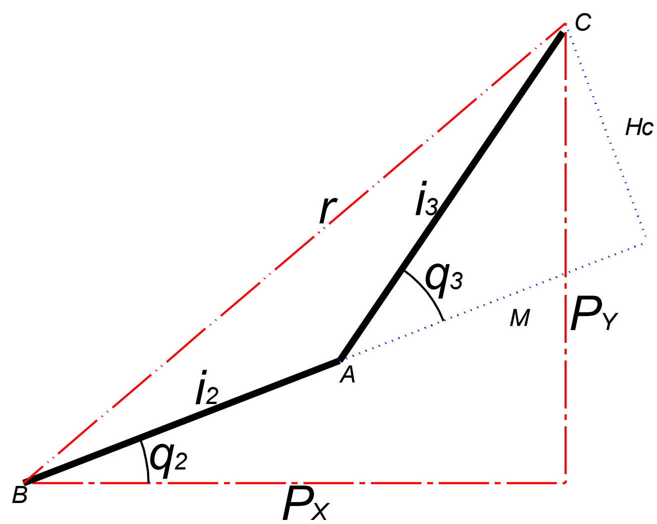
CENTRO CIM

MASTER PAIR

DESARROLLO DE PROYECTOS DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

ABRIL DE 2005

Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos.



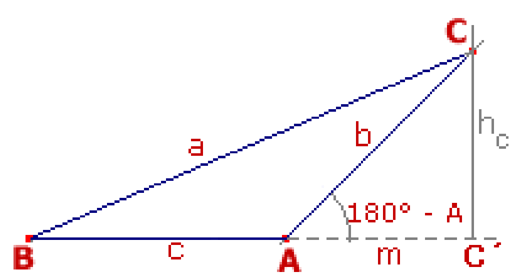
a) Cálculo de q_3:

Si llamamos **r** a la distancia entre el origen del sistema de coordenadas y las coordenadas $\mathbf{P_x}$ y $\mathbf{P_y}$, que posicionan el elemento terminal, por ser la hipotenusa del triangulo formado, se tendrá que:

$$r^2 = (P_x)^2 + (P_y)^2$$

Considerando los dos elementos $\mathbf{l_2}$ y $\mathbf{l_3}$ como los lados **c** y **b** que están situados en el triángulo **BAC**, obstusángulo en **A**, si **m** es la proyección ortogonal del lado **b** sobre **c** tendremos :

.



Por el Teorema de Pitágoras:

$$\boldsymbol{a^2 = h_c^2 + (c + m)^2}$$

En el triángulo rectángulo **AC´C**
siendo **m** la proyección ortogonal del lado **b** sobre **c** y $\mathbf{h_c}$ la altura relativa al vértice **C**. se verifica:

$$\boldsymbol{b^2 = m^2 + h_c^2}, \quad \text{por lo que} \quad \boldsymbol{h_c^2 = b^2 - m^2}$$

Reemplazando, desarrollando y simplificando:

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 - m^2 + (c + m)^2}$$
$$\boldsymbol{a^2 = b^2 - m^2 + c^2 + m^2 + 2cm}$$
$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 + 2cm}$$

Teniendo en cuenta que: $\boldsymbol{m = b * \cos(180 - A)}$**,** por las identidades trigonométricas **($\boldsymbol{\cos(180 - A) = \cos(A)}$),** entonces $\boldsymbol{m = - b * \cos(A)}$, y se deduce:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(A)$$

Sustituyendo valores:

$$a = r \quad ; \quad c = l_2 \quad ; \quad b = l_3 \quad ; \quad \cos q_3 = \cos(180 - A) = -\cos(A)$$

$$r^2 = (P_x)^2 + (P_y)^2 = (l_2)^2 + (l_3)^2 + 2(l_2)(l_3)\cos q_3$$

$$\cos q_3 = (P_x)^2 + (P_y)^2 - (l_2)^2 - (l_3)^2 \;/\; 2(l_2)(l_3)$$

Esta expresión permite obtener $\mathbf{q_3}$,utilizando la expresión de la arco tangente en lugar del arcoseno.

Puesto que:

$$\text{sen}\, q_3 = \pm\, (1 - \cos^2 q_3)^{½}$$

Se tendrá que:

$$q_3 = \text{arctg}\,(\pm\,(1 - \cos^2 q_3)^{½} \;/\; \cos q_3)$$

siendo

$$\cos q_3 = (P_x)^2 + (P_y)^2 - (l_2)^2 - (l_3)^2 \;/\; 2(l_2)(l_3)$$

Como se ve, existen dos posibles soluciones para q_3 según se tome el signo positivo o negativo de la raíz. Estas corresponden a las configuraciones de codo arriba y codo abajo del robot.

b) Cálculo de q_2:

El calculo de $\mathbf{q_2}$ se hace a partir de la diferencia entre **ß** y α para configuraciones codo abajo y la suma entre **ß** y α para configuraciones codo arriba.

Del triángulo **BCC**', se deduce:

$$m= l_3 \cos q_3$$
$$h_c= l_3 \operatorname{sen} q_3$$
$$\operatorname{sen} \alpha= h_c / a$$
$$\cos \alpha= (l_2 + m) / a$$

Entonces:

$$\operatorname{tg} \alpha= h_c / (l_2 + m)$$

Siendo:

$$ß = \operatorname{arctg} (P_y / P_x)$$
$$\alpha = \operatorname{arctg} (l_3 \operatorname{sen} q_3) / (l_2 + l_3 \cos q_3)$$

Luego finalmente los dos posibles valores según la elección del signo dan lugar a dos valores diferentes de $\mathbf{q_2}$ correspondientes a las configuraciones codo arriba y abajo.

Si :

$$q_2 = ß - \alpha$$

$$q_2 = \operatorname{arctg} (P_y / P_x) - \operatorname{arctg} ((l_3 \operatorname{sen} q_3) / (l_2 + l_3 \cos q_3))$$

Si :

$$q_2 = ß + \alpha$$

$$q_2 = \operatorname{arctg} (P_y / P_x) + \operatorname{arctg} ((l_3 \operatorname{sen} q_3) / (l_2 + l_3 \cos q_3))$$