INTERPOLACION DE TRAYECTORIAS CONTINUAS PARA N ARTICULACIONES- MODULO DE ROBOTICA”

Presentado por:

Juan Carlos Rubio Calin

CENTRO CIM

MASTER PAIR

DESARROLLO DE PROYECTOS DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

ABRIL DE 2005

Interpolación de trayectorias continuas para N articulaciones.

En primer lugar, especificaremos la trayectoria en el espacio de articulaciones para cada una de ellas por separado.

Para cada articulación θ, definiremos una función θ, que debe cumplir que:

$$\theta_{(0)} = \theta_0$$

$$\theta_{(t_f)} = \theta_f$$

$$d\theta / dt_{(0)} = 0$$

$$d\theta / dt_{(t_f)} = 0$$

Así pues, θ será de la forma (polinomio de tercer grado):

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

Como queremos llevar la articulación desde un valor inicial, θ_0 hasta un valor final θ_f, pero pasando por una serie de puntos intermedios, θ_i, con i = 1.... n, sin que la articulación se detenga en cada uno de estos puntos intermedios,: se usa el método anterior aplicándolo a cada tramo, fijando la velocidad angular a la que queremos que la articulación pase por cada punto como máxima, y aplicar el método a cada segmento.

Siendo θ_{i_1} la función que da el valor de la articulación en el tramo anterior y θ_i al que lo da para el tramo siguiente.

$$\Delta\theta = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

Se hace el desarrollo para encontrar los valores de a_0 a_1 a_2 y a_3, teniendo en cuenta los datos a cumplir:

$$\theta_{(0)} = \theta_0$$

de donde:

$$\theta_{(0)} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\theta_{(0)} = a_0}}$$

Luego:

$$\dot{\theta}_{(0)} = 0$$

$$\dot{\theta}_{(0)} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a_1 = 0}}$$

Entonces:

$$\dot{\theta}_{(tf)} = 0 = a_1 + 2a_2 tf + 3a_3 tf^2$$

$$0 = 2a_2 tf + 3a_3 tf^2$$

$$\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} a_3 tf$$

Como

$$\Delta\theta = \frac{3}{2} a_3 tf^3 + a_3 tf^3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a_3 = -\frac{2\Delta\theta}{tf^3}}}$$

y reemplazando en a_2 tenemos:

$$\underline{\underline{a_2 = \frac{3\Delta\theta}{tf^2}}}$$

Como sabemos que a la máxima velocidad la aceleración es cero tenemos:

$$\ddot{\theta}_{\max} = 2a_2 + 6a_3 t = 0$$

Y despejando el tiempo:

$$\underline{t = -\frac{a_2}{3a_3}}$$

de donde reemplazando de la primer ecuación tenemos:

$$\dot{\theta}_{\max} = 2a_2\left(\frac{-a_2}{3a_3}\right) + 3a_3\left(\frac{-a_2}{3a_3}\right)^2$$

$$\dot{\theta}_{\max} = -\frac{a_2^2}{3a_3}$$

reemplazando **a_2** y **a_3** en la ecuación anterior y despejando **tf** tenemos:

$$\boxed{tf = \frac{3\Delta\theta}{2\dot{\theta}_{\max}}}$$

Y cuando interviene mas de una articulación tenemos que es la misma ecuación pero en cada una de las articulaciones ya que cada una de las articulaciones

realizaría el mismo movimiento pero en vez de ser en forma absoluta lo haría en forma relativa, teniendo:
n articulaciones

$$\dot{\theta}_{\max} = \sum_{i=1}^{n} \dot{\theta}_{\max i}$$

$$\Delta\theta = \sum_{i=1}^{n} \theta_i$$

$$tf = \frac{3}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Delta\theta}{\dot{\theta}_{\max}}\right)_i$$