APLICACIÓN DE MATRICES DE TRANSFORMACIÓN EN EL CONTROL DE POSICIÓN CINEMATICO DE UN ROBOT ARTICULADO DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

Ing. Martínez Valdéz Armando (Prof. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec), M. en C. López Amaro Maria de los Ángeles (Prof. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec), M. en C. Rodríguez Pazos Gerardo (Prof. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec), Ing. Serrano Guzmán Juan (Prof. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec)

RESUMEN

En este trabajo se presenta la aplicación de las matrices de transformación homogénea en el control cinemático de posición de un robot articulado de tres grados de libertad, el objetivo es que efector final del manipulador alcance puntos en el espacio que definen una geometría descrita mediante ecuaciones paramétricas en el plano UV, la traslación de estos puntos al espacio XYZ, se logra mediante la aplicación de una matriz de transformación homogénea adecuada, los puntos espaciales obtenidos junto con el modelo cinemático del robot permiten la definición de las coordenadas articulares de manipulador necesarias para alcanzar el punto deseado. Se presenta también una simulación utilizando MatLab y Visual Nastran que muestra el movimiento del robot.

INTRODUCCIÓN

En control de posición de manipuladores industriales se hace uso de diversas técnicas para lograr el objetivo de control, en la mayoría de los casos dichas técnicas requieren como entrada las coordenadas espaciales deseadas que alcanzará el efector final. Si los puntos deseados corresponde a una curva espacial complicada pero definida en forma paramétrica en un plano, la obtención de los puntos espaciales de la curva pueden ser calculados empleando matrices de transformación. Para verificar de esta propuesta se procede a simular las posiciones de un robot de tres grados de libertad bajo el esquema mostrado en la figura 1.

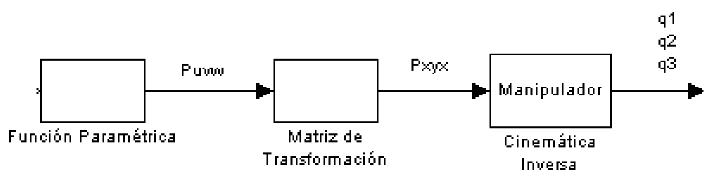


figura 1

MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN HOMOGENEA

Una matriz de Transformación Homogénea que transforma un vector de posición expresado en coordenadas homogéneas respecto a un sistema de coordenadas que ha sido rotado y trasladado a otro sistema de coordenadas, se define como una matriz de 4 x 4 y en general consistente de cuatro submatrices de la forma.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & p_{3x1} \\ f_{1x3} & w \end{bmatrix}$$

Sea un punto de coordenadas P_{uvw} respecto al sistema UVW, cuyo origen coincide con el origen del sistema XYZ, si sobre el sistema UVW se aplican movimientos de rotación y traslación (ver figura 2) las nuevas coordenadas punto P_{uvw} respecto al sistema fijo XYZ son obtenidas mediante el producto de una matriz de transformación y el vector P_{uvw} expresado en coordenadas homogéneas. Nótese que el vector Pxyz también está expresado en coordenadas homogéneas.

$$P_{xyz} = TP_{uvw}$$

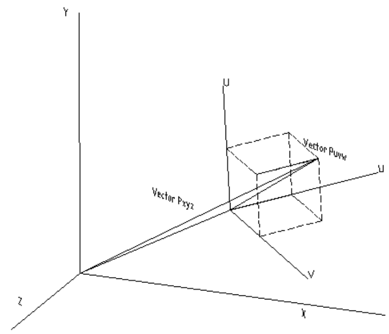


figura 2

$$P_{xyz} = \begin{bmatrix} R_{3x3} & p_{3x1} \\ f_{1x3} & w \end{bmatrix} P_{uvw}$$

La matriz de transformación permite localizar los puntos respecto al sistema fijo XYZ que definen una curva en el sistema UVW cuando este ha experimentado movimientos de rotación y traslación. Si el sistema XYZ coincide con la base de manipulador el cual posicionará el efector final sobre cada uno de estos puntos, entonces los puntos P_{xyz} son las coordenadas deseadas del efector final

La matriz de transformación empleada en este trabajo se obtiene mediante la consideración de los siguientes movimientos

Rotación en el eje x un ángulo α
Rotación en el eje y un ángulo ϕ
Rotación en el eje z un ángulo θ

Traslación en el eje x una distancia de a unidades
Traslación en el eje y una distancia de b unidades
Traslación en el eje z una distancia de c unidades

MATRIZ DE TRANSFORMACION

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\theta S\phi S\alpha - S\theta C\alpha & S\theta S\alpha + C\theta S\phi C\alpha & 0 \\ S\theta C\phi & C\theta C\alpha + S\theta S\phi S\alpha & S\theta S\phi C\alpha - C\theta S\alpha & 0 \\ -S\phi & C\phi S\alpha & C\alpha C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CURVAS PARAMETRICAS

Se proponen las curvas definidas en forma paramétrica:

$$u = R\cos p \qquad v = R\sin p$$

$$r = R\sin(n * p) \qquad u = r * \cos p \quad v = r * \sin p$$

Que definen un circulo y una curva conocida como “rosa de 5 pétalos“, con origen en el punto (0,0,0) respecto al sistema de referencias UVW (ver figura) que posteriormente será rotado y trasladado mediante la matriz de transformación T definida con anterioridad

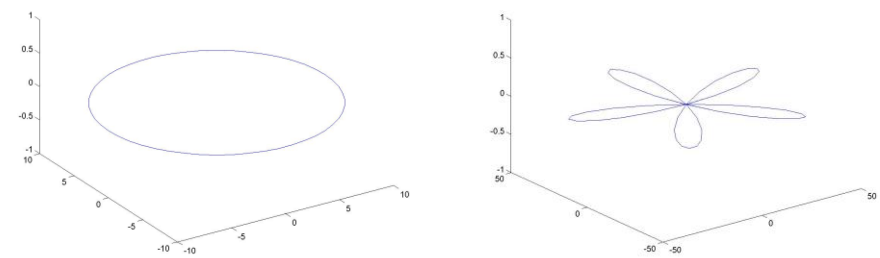


figura 3

CURVAS PARAMETRICAS TRASLADADAS

En la figura 4 se muestran las curvas trasladadas mediante la matriz de transformación T con los movimientos

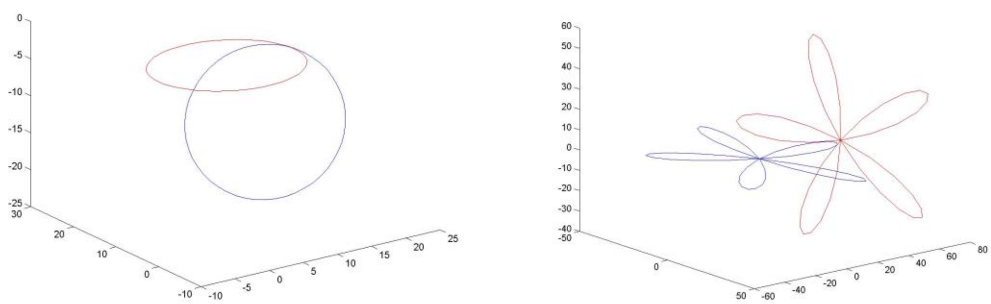


figura 4

MANIPULADOR DE 3 GRADOS DE LIBERTAD

La figura 5 muestra un manipulador de 3 grados de libertad con arquitectura antropomórfica y articulaciones rotacionales cuyo objetivo será posicionar el efector final en las coordenadas deseadas x_d, y_d, z_d que corresponde un punto sobre la curva paramétrica trasladada.

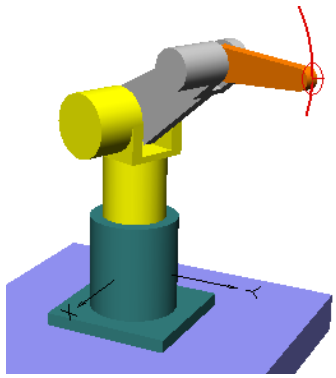


figura 5

CINEMATICA INVERSA.

Para la obtención de las ecuaciones que definen las coordenadas articulares $q_1\ q_2\ q_3$ cuyos valores posicionan el efector final en las coordenadas deseadas, se sigue un procedimiento geométrico (ver fig. 6) de modo que se obtiene:

$$q_1 = \cos^{-1}\left[\frac{L_1 + L_2\cos q_2}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}}\right] + tg^{-1}\left(\frac{y_d}{x_d}\right)$$

$$q_2 = \cos^{-1}\left[\frac{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2 - L_1^2 - L_2^2}{-2L_1L_2}\right]$$

$$q_3 = tg^{-1}\left(\frac{z_d}{x_d}\right)$$

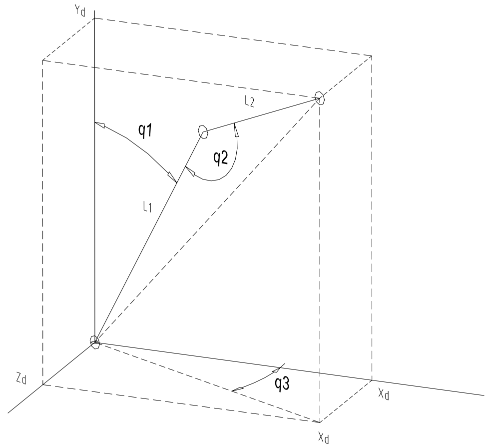
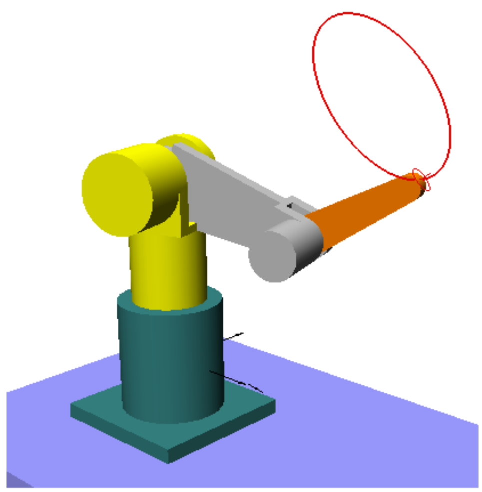


figura 6

CONTROL CINEMATICO DE POSICIÓN

Unicamente para verificar que el robot alcanza la posición deseada, se propone un conjunto de puntos deseados sobre la curva para obtener los correspondientes valores articulares que son simulados en VISUAL NASTRAN para su verificación, se muestra la figura de los puntos alcanzados y un esquema del algoritmo utilizado.



CONCLUSIONES.

En este trabajo se comprueba que el uso de las matrices de transformación es una herramienta efectiva para el calculo de coordenadas respecto a un sistema de referencias fijo, de un vector definido en un sistema de coordenadas que ha sido rotado y trasladado, si el sistema de referencias fijo coincide con la base del manipulador las coordenadas calculadas junto con el modelo cinemático inverso hacen posible el cálculo de las coordenadas articulares que posicionan el efector final en el punto deseado, para ello se pueden emplear distintas leyes de control.

BIBLIOGRAFIA

1. Spong, M., Vidyasagar, M., 1989, "*Robot Dynamics and Control*", Jhon Wiley & Sons, Inc.
2. Fu, K., Gonzalez, R., Lee, C., 1987, "*Robotics: Control, Sensing, vision and intelligence*", McGraw-Hill
3. Craig, J., 1989, "*Introduction to robotics: Mechanics and control*", Addison-Wesley.
4. Kelly Rafael, Santibañez, V., 2003, "*Control de Movimiento de Robots Manipuladores*", Pearson
5. Asada, H., Slotine, J.J., 19889, "*Robots análisis and control*" Wiley, New York
6. Barrientos , A., Peñin, L. F., Balaguer, C., Aracil, R.,. 1997, "*Fundamentos de robótica*", McGraw-Hill, Madrid

<u>Ing. Martínez Valdez Armando</u>

Ingeniero Mecánico por la UAM – Azcapotzalco 1989 - 1993.
Candidato a Maestro en Ciencias por el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec 2004 - 2006.
Profesor de Tiempo Completo, en el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec
Participante como autor y coautor en varios congresos internacionales.

M. en C. Maria de los Ángeles López Amaro

Licenciada en Ciencias de la Informática por el IPN 1979-1983.
Maestra en Ciencias de la Educación 2002-2004.
Profesora de Tiempo Completo, TESE, Licenciatura en Informática.
Participante como autor y coautor en varios congresos internacionales.

M. en C. Rodríguez Pazos Gerardo

Ingeniería en Electrónica por el TESE 1995-1999.
Maestra en Ciencias de la Educación 2002-2004.
Profesora de Tiempo Completo, TESE, Ingeniería Electrónica.
Participante como autor y coautor en varios congresos internacionales.

Ing. Serrano Guzmán Juan

Ingeniero Mecánico por la UAM – Azcapotzalco 1985 - 1989.
Candidato a Maestro en Administración por la UNAM 2000-2002.
Profesor de ¾ de Tiempo, Asociado B en la ESIME Ticomán, Licenciatura.
Profesor de Tiempo Completo, en el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec
Participante como autor y coautor en varios congresos internacionales.